

PROGETTO DEI PILASTRI IN PRESSOFLESSIONE DEVIATA: LIMITAZIONI NEI METODI NORMATIVI NTC, EC

Dott. Ing. Salvatore Palermo

Responsabile del progetto NTCalc (www.novaingegneria.it)

SOMMARIO

Le NTC del D.M. 14.01.08, a causa della prescrizione di combinare le componenti dell'azione sismica, comportano la necessità del progetto/verifica dei pilastri in presso(tenso)flessione deviata.

I criteri forniti dalle stesse NTC (ma anche da EC2, EC8), si rivelano di limitato interesse, determinando spesso sovradimensionamenti intollerabili nella prassi progettuale.

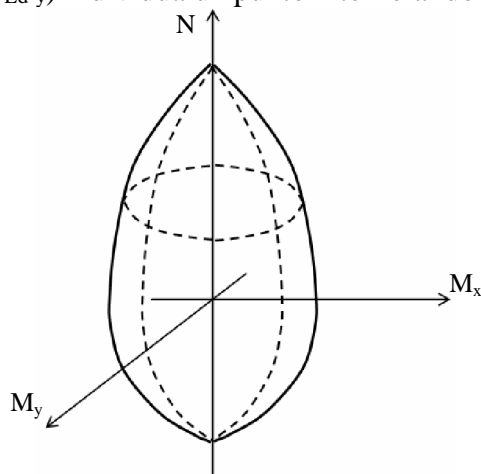
Di seguito si propone una panoramica dei metodi disponibili, con ampio riferimento alla norme, alla letteratura tecnica nazionale e internazionale, evidenziando possibili limiti e vantaggi in ambito progettuale.

INDICE

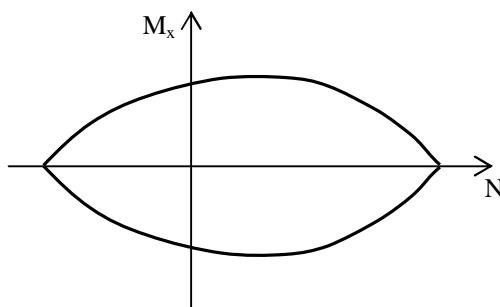
1. Metodo generale per la presso(tenso)flessione deviata di sezioni in c.a.
2. Approccio intuitivo ai metodi approssimati
3. Il metodo approssimato proposto da NTC e da EC2
 - 3.1 Contributi nella letteratura italiana
4. Altro metodo approssimato proposto da EC8, NTC
5. La letteratura internazionale
 - 5.1 Il Metodo di HSU
 - 5.2 Un semplice miglioramento del metodo di HSU.
6. Conclusione
7. Bibliografia

1. Metodo generale per la presso(tenso)flessione deviata di sezioni in c.a.

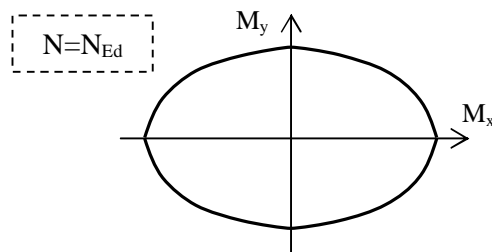
Nello spazio tridimensionale di assi (N, M_x, M_y) l'insieme di tutti i punti individuati dalle terne $(N_{Rd}, M_{Rd-x}, M_{Rd-y})$ genera una superficie che delimita il dominio resistente di una sezione in c.a.. La sezione è verificata se una terna sollecitante $(N_{Ed}, M_{Ed-x}, M_{Ed-y})$ individua un punto interno al dominio o sulla superficie.



Per i casi particolari di verifica a flessione retta con coppia sollecitante (N_{Ed}, M_{Ed-x}) oppure (N_{Ed}, M_{Ed-y}) , si può fare riferimento al dominio resistente delimitato dalla frontiera che si ottiene sezionando la superficie tridimensionale con il piano ad $M_y=0$ oppure ad $M_x=0$ (a seguire forma tipica del dominio N, M_x per pilastro con sez. rettangolare ad armatura uguale sui due lati opposti inflessi).



Per il caso generale di flessione deviata con terna sollecitante (N_{Ed} , M_{Ed-x} , M_{Ed-y}) si può fare riferimento al dominio resistente delimitato dalla frontiera che si ottiene sezionando la superficie tridimensionale con il piano a $N=N_{Ed}$ assegnato (a seguire forma tipica del dominio M_x, M_y per un pilastro con sez. rettangolare ad armatura uguale su coppie di lati opposti).



Se si intende automatizzare il problema della generazione delle terne resistenti e quindi la generazione della superficie del dominio tridimensionale, si può far riferimento alle equazioni di equilibrio che reggono il problema (in cui le tensioni vanno integrate sulla sezione), assumendo come incognite la profondità e l'inclinazione dell'asse neutro.

A causa della notevole non linearità del problema le equazioni possono essere risolte con onere computazione accettabile solo ricorrendo a metodi numerici (discretizzazione della sezione, discretizzazione della funzione integranda,...), tipicamente iterativi, con conseguenti problemi di ottimizzazione del binomio tempo di calcolo/convergenza della soluzione.

Occorre osservare che anche da algoritmi di questo tipo occorre sempre attendersi qualche punto percentuale di errore rispetto alla soluzione teoricamente esatta.

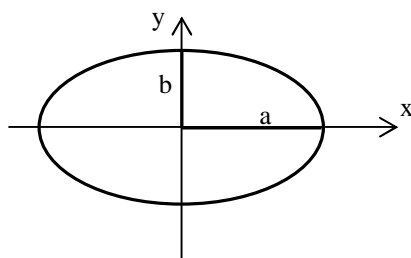
In alternativa, anche accettando qualche grado di approssimazione superiore, si può affrontare il problema evitando la gestione delle equazioni di equilibrio che reggono il problema tridimensionale, quindi evitando la generazione del dominio tridimensionale, sulla base delle considerazioni esposte al punto che segue.

Tanto più che nella prassi progettuale, le sez. dei pilastri sono tipicamente circolari o rettangolari: per le prime il problema della presso-tensoflessione deviata (a causa della simmetria polare della sezione e delle armature) non comporta difficoltà risolutive; per le seconde si ha l'agevolazione che le posizioni e i quantitativi di armatura sono usualmente uguali su coppie opposti di lati.

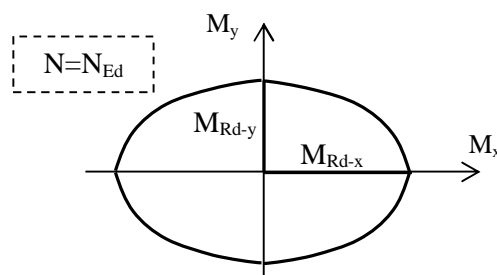
2. Approccio intuitivo ai metodi approssimati

E' facile osservare che per un assegnato valore N_{Ed} dello sforzo normale N , la frontiera del dominio è molto simile ad una ellisse (si veda il punto precedente).

Si ricorda che un'ellisse ha equazione: $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$; con a e b i valori dei semiassi maggiore e minore.



Quindi, con adeguata scelta degli esponenti, indicati simbolicamente con α , β , per il nostro caso si ottiene: $(M_x/M_{Rd-x})^\alpha + (M_y/M_{Rd-y})^\beta = 1$



Si osservi che con M_{Rd-x} ed M_{Rd-y} si sono indicati i semiassi dell'ellisse; questi non sono altro che, per $N=N_{Ed}$ assegnato, i valori dei due momenti resistenti in flessione retta.

Affinchè la sezione sottoposta a N_{Ed} , M_{Ed-x} , M_{Ed-y} sia verificata occorre che:

$$(M_{Ed-x}/M_{Rd-x})^\alpha + (M_{Ed-y}/M_{Rd-y})^\beta \leq (M_x/M_{Rd-x})^\alpha + (M_y/M_{Rd-y})^\beta;$$

poiché il termine a destra vale 1, si ottiene:

$$(M_{Ed-x}/M_{Rd-x})^\alpha + (M_{Ed-y}/M_{Rd-y})^\beta \leq 1$$

E' intuitivo osservare che α , β non possono che generalmente dipendere dalle dimensioni della sezione, dalle caratteristiche resistenti dei materiali cls e acciaio, dai quantitativi e posizioni delle armature, dallo sforzo assiale agente.

Quest'espressione che qui si è voluto ricavare per via intuitiva è stata proposta (diversa solo nei simboli ma uguale nella sostanza) da **Bresler (1960)** in [1], che specificò anche, sotto l'osservanza di talune condizioni, la possibilità di assumere $\alpha=\beta$.

In quest'ultimo caso, Bresler, per sez. in c.a. quadrate o rettangolari, aveva indicato per entrambi gli esponenti un unico valore compreso tra 1.15 e 1.55.

Come si vedrà al p.to 5., molti altri sono i metodi approssimati proposti nella letteratura tecnica internazionale; si è voluto richiamare preliminarmente solo questo di Bresler, in quanto su di esso si appoggiano i metodi approssimati contemplati in NTC, EC.

3. Il metodo approssimato proposto da NTC e da EC2

Nelle normative italiane, il problema a livello progettuale della verifica dei pilastri in pressoflessione deviata, non si era pressochè posto, in quanto le Norme del **D.M. 16.1.96** [2], non prescrivendo la combinazione delle componenti dell'azione sismica, consentivano di ricondurre la verifica dei pilastri a singole pressoflessioni rette.

La **OPCM 3274 del 2003** [3] che, seppur con diverse discussioni, ha introdotto per la prima volta nelle norme italiane dei criteri moderni di progettazione sismica, prescrivendo la combinazione delle componenti dell'azione sismica, ha comportato la necessità di affrontare il problema della pressoflessione deviata in ambito progettuale.

E' noto che a seguito di reiterate proroghe e di un lungo processo di revisione ed aggiornamento normativo, le norme tecniche del D.M. 14.01.08, di seguito per brevità **NTC** [4], che hanno sostituito i D.M. del '96, sono diventate obbligatorie per tutte le opere solo a partire dal luglio 2009 (6 anni dopo l'emanazione delle 3274).

In effetti le **NTC** al p.to 4.1.2.1.2.4 presentano, per una risoluzione approssimata della pressoflessione deviata, un'espressione formalmente identica a quella di Bresler.

La formula NTC, assunto $\alpha=\beta$ e indicati con y, z gli assi di riferimento, è quella della eq. (4.14.10)

$$(M_{Edy}/M_{Rdy})^\alpha + (M_{Edz}/M_{Rdz})^\alpha \leq 1$$

α si suggerisce di calcolarlo in funzione della geometria della sezione e dei parametri $v=N_{Ed}/N_{Rcd}$, $\omega_t=A_t f_{yd}/N_{Rcd}$ con $N_{Rcd}=A_c f_{cd}$, salvo assegnare cautelativamente valore unitario ($\alpha=1$) in mancanza di specifica valutazione.

Quest'ultima affermazione (che porta a sostituire la parte curva del dominio con una retta), non è di alcuna utilità progettuale, in quanto condurrebbe a sovradimensionamenti intollerabili.

Espressione identica è fornita in EC2 [5], in cui al p.to 5.8.9(4) è presente come eq. (5.39) la stessa formula (solo formalmente diversa nello scambio dei pedici e nell'uso del simbolo 'a' al posto di α).

$$(M_{Edy}/M_{Rdy})^a + (M_{Edz}/M_{Rdz})^a \leq 1$$

In aggiunta è riportata una tabella, per sez. rettangolari, che fornisce valori numerici per l'esponente 'a' al variare del rapporto N_{Ed}/N_{Rd} (con N_{Ed} sforzo normale sollecitante ed $N_{Rd} = A_c f_{cd} + A_s f_{yd}$), con interpolazione lineare tra i valori intermedi.

N_{Ed}/N_{Rd}	0,1	0,7	1,0
a =	1,0	1,5	2,0

E' semplice osservare che quest'espressione è estremamente conservativa, al variare del rapporto N_{Ed}/N_{Rd} si ottiene una trilatera che approssima dal basso e parecchio distante, la corrispondente curva dei valori 'a'.

Pertanto questa tabella di valori è pressochè inservibile ai fini progettuali in quanto condurrebbe a sovradimensionamenti generalmente inaccettabili.

3.1 Contributi nella letteratura italiana

Come si è visto il problema della ricerca di metodi efficaci per la risoluzione della pressoflessione deviata si è marcatamente presentato a partire dalla OPCM 3274 del 2003.

Diversi contributi successivi, nella letteratura tecnica nazionale sull'argomento, sono indirizzati in questo senso e il riferimento è la formulazione di Bresler.

Di recente si può citare **Gherzi-Muratore, 2004** in [6], che per sez. rettangolari propongono la verifica con l'espressione:

$$(M_z/M_{z,Rd})^p + (M_y/M_{y,Rd})^q \leq 1$$

Gli Autori riportano che, a seguito dell'analisi su un'ampia gamma di sezioni, hanno dedotto $p=q=1.4 \div 1.5$, con $p=q=1.5$, in via cautelativa, per qualsiasi valore dello sforzo normale.

L'espressione presentata, salvo le differenze formali nei simboli, è del tutto identica a quella di Bresler del 1960 ed anche i valori suggeriti, quale che ne sia la strategia numerica per ottenerli, ricalcano i valori più conservativi del range proposto da Bresler nel 1960 (1.15 ÷ 1.55).

Un valore unico, da assumersi, per α (es. $\alpha=1.5$), senza che si tenga in alcun altro modo conto dell'influenza dello sforzo normale, può risultare per alcune sezioni troppo conservativo, tale da portare a sovradimensionamenti indesiderabili nella prassi progettuale.

Toniolo-Biondini, 2004 in [7], riprendono l'espressione di Bresler posta nella forma:

$$(M_{ayd}/M_{ryd})^\alpha + (M_{azd}/M_{rzd})^\alpha \leq 1$$

con significato solito dei simboli e, tramite un'indagine analitica e parametrica, forniscono valori di α tabellati per il caso di sez. rettangolare con barre concentrate (8 barre, 4 sui vertici e 4 a metà dei lati) e per il caso ideale di armatura uniformemente diffusa sui 4 lati, con eventuale interpolazione in tabella.

Al di fuori di questi 2 casi occorrerebbe ripetere l'indagine per conseguire i corrispondenti valori di α .

L'utilizzo di tabelle numeriche legate a singoli casi, appare peraltro una strada di limitato interesse progettuale.

Monti-Alessandri, 2007 in [8], con riferimento a pilastri rettangolari in armatura doppia e simmetrica, partono sempre dalla relazione di Bresler posta questa volta nella forma:

$$(m_{ux}/m_{0x})^\alpha + (m_{uy}/m_{0y})^\alpha = 1$$

dove i simboli hanno il solito significato con riferimento ai momenti normalizzati e dove per α si assume, per pilastri in c.a. di dimensioni b, h l'espressione in forma chiusa:

$$\alpha = c (b/h)^\gamma + \mu_{sx} \eta_{sx} + \mu_{sy} \eta_{sy} + n_{sd}^\omega$$

con n_{sd} carico assiale normalizzato, μ_{sx}, μ_{sy} le percentuali meccaniche di armatura della sezione in direzione parallela agli assi x, y .

Con il metodo dei minimi quadrati vengono ottenuti i valori per i vari parametri che compongono l'espressione di α , che tabellati risultano:

N_{sd}	c	γ	η_{sx}	η_{sy}	ω
>0	1,15	-0.01	-0.03	-0.03	-0.07
=0	1,18	-0.02	-0.06	-0.14	
<0	1.30	-0.06	-0.13	-0.30	0.18

Cosenza-Manfredi-Pecce, 2008, in [9], con riferimento al caso progettuale di una sezione in c.a. riportano il confronto tra il valore di α desunto dalla risoluzione tridimensionale del problema ed il valore di α desunto dalla proposta Monti-Alessandri.

Al variare del rapporto N_{sd}/N_{Rd} si nota, almeno per il caso presentato, una buona concordanza fino ad un rapporto di 0.4 circa; oltre tale rapporto i valori Monti-Alessandri risultano abbastanza inferiori, che farebbero presupporre dei risultati troppo conservativi a livello progettuale.

In definitiva con riferimento alla eq. 4.1.10 in NTC si osservano le seguenti limitazioni:

- non contempla i casi di tensoflessione deviata;
- oltre a richiedere il calcolo dei momenti resistenti in flessione retta nelle due direzioni principali, richiede ogni volta la calibrazione o la determinazione di α ;
- un valore unico di α o un suo valore in forma chiusa, potrebbero risultare troppo conservativi ai fini progettuali.

4. Altro metodo approssimato proposto da EC8, NTC

EC8 in [10], p.ti 5.4.3.2.1(2), 5.5.3.2.1(2), prevede la seguente possibilità:

La flessione biassiale può essere tenuta in conto in un modo semplificato eseguendo la verifica separatamente in ogni direzione, con il momento resistente lungo un asse ridotto del 30%.

NTC in [4] al punto 7.4.4.2.2.1 riprende quanto previsto in EC8:

La verifica a presso-flessione deviata può essere condotta in maniera semplificata effettuando, per ciascuna direzione di applicazione del sisma, una verifica a presso-flessione retta nella quale le sollecitazioni vengono determinate come indicato nel § 7.4.4.2.1 e la resistenza, calcolata come indicato nel § 4.1.2.1.2, viene ridotta del 30%.

In sostanza si presenta la possibilità di verifiche separate riducendo il momento resistente del 30% nella rispettiva direzione di verifica (oppure, equivalentemente, lasciandolo inalterato e amplificando quello sollecitante del fattore 1.43).

Questa riduzione del 30% appare del tutto arbitraria e forfettizzata; per sezioni correttamente armate e progettate nelle due direzioni, con un momento sollecitante in una direzione *molto più piccolo* dell'altro, l'applicazione di questo metodo di verifica risulta del tutto inadeguato.

Il Metodo della riduzione del 30% si ritiene possa essere tranquillamente eliminato.

5. La letteratura internazionale

Nella letteratura internazionale da diversi decenni sono presenti contributi di sicuro interesse che, seppur nei limiti di questo nota, è utile riportare.

A seguire si richiamano sinteticamente alcuni tra i principali metodi proposti; per i necessari approfondimenti si rimanda alle opere richiamate in Bibliografia.

Si è già ricordata, tra le prime proposte in letteratura, il metodo di **Bresler, 1960**, in [1], noto anche come Metodo LC (Load Contour Method) che, per un N prefissato, approssima la superficie limite con l'espressione: $(M_{Ed-x}/M_{Rd-x})^\alpha + (M_{Ed-y}/M_{Rd-y})^\beta = 1$

Bresler, 1960, sempre in [1] presentò anche il Metodo RL (Reciprocal Load Method) che interpola il dominio limite con piani secanti, tramite l'espressione:

$$1/P_A = 1/P_{nx} + 1/P_{ny} - 1/P_u$$

Pannell E.N., 1963, in [11] ha proposto di individuare il dominio di una sezione rettangolare, con armatura identica su tutti i lati, riportando il calcolo a quella di una opportuna sezione resa quadrata.

Hsu, 1988, in [12] calibra il metodo LC adottando un unico valore per gli esponenti, pari a 1.5, ed aggiungendo un nuovo termine, in modo da tenere direttamente in conto l'importante influenza dello sforzo normale. Di questo metodo si dirà in dettaglio al paragrafo seguente.

Ferguson, Breen, Jirsa, 1988 in [13] e ancora **Mc Gregor, 1992**, in [14], sulla stessa scia, hanno invece imposto valore unitario a entrambi gli esponenti e aggiunto fattori moltiplicativi dipendenti dalle caratteristiche geometrico-meccaniche della sezione.

Put, Pi, Trahair, 1999, in [15], con riferimento al metodo LC, hanno impiegato un'analisi computazionale per una stima degli esponenti che meglio approssimi la forma del dominio.

Silva, Swan, M.L.R.F., 2001, in [16], hanno proposto una formulazione che approssima la superficie limite attraverso una superficie chiusa convessa (*closed convex surface*).

Bonet, Miguel, Fernandez, Romero, 2004, in [17] hanno indicato di esprimere la superficie limite attraverso un'equazione basata su due curve direttrici e due generatrici

5.1 Il Metodo di Hsu

Il metodo di Hsu, esposto in [12], sembra coniugare i seguenti vantaggi:

- risoluzione indistinta di casi di presso-tenso/flessione deviata oppure retta;
- errori contenuti a pochi punti percentuali rispetto alla soluzione esatta.

Con il metodo di Hsu la sez. è positivamente verificata se è soddisfatta la seguente disuguaglianza:

$$\left[\frac{(N_{Ed} - N_{b\alpha})}{(N_0 - N_{b\alpha})} \right] + \left(\frac{M_{Edx}}{M_{bx}} \right)^{1,5} + \left(\frac{M_{Edy}}{M_{by}} \right)^{1,5} \leq 1$$

Se si indica la quantità a sinistra con r la verifica è positiva se $r \leq 1$.

Le varie grandezze individuate dai simboli che precedono, diversi da quelli adottati da Hsu per adattarli alle notazioni da noi in uso, sono di seguito commentate.

N_{Ed} , M_{Edx} , M_{Edy} è la terna sollecitante di progetto.

M_{bx} , M_{by} sono i momenti in corrispondenza della deformazione bilanciata (da qui il simbolo b al pedice), nelle rispettive direzioni x , y .

N_{bx} , N_{by} sono gli sforzi normali, sempre in corrispondenza della deformazione bilanciata, associati ai rispettivi momenti che precedono.

$N_{b\alpha}$ è lo sforzo normale in corrispondenza della direzione data dall'angolo associato alla risultante di M_{Edx} , M_{Edy} .

Indicato con il simbolo α tale angolo e posto $\alpha = \arctan(M_{Edx}/M_{Edy})$, si ottiene $N_{b\alpha}$, all'inclinazione α , interpolandolo linearmente tra i valori N_{bx} , N_{by} .

N_0 può assumere valore pari a $N_{Rd,min}$ (sforzo assiale di trazione, negativo), oppure $N_{Rd,max}$ (sforzo assiale di compressione, positivo).

Se $N_{Ed} < N_{b\alpha}$, si assume $N_0 = N_{Rd,min}$; se $N_{Ed} > N_{b\alpha}$, si assume $N_0 = N_{Rd,max}$

Se $N_{Ed} = N_{b\alpha}$ si assume convenzionalmente $N_0 = 0$; poichè il termine più a sx dell'eq. che fornisce r diventa zero al numeratore (e il denominatore, dove c'è N_0 , risulta ininfluente).

Nell'articolo di Hsu, con riferimento alla fig. 2 sotto riportata (in cui la linea tratteggiata è il risultato dell'eq. di Hsu), viene evidenziato che il metodo può sovrastimare di qualche punto percentuale i valori degli M resistenti, per N sollecitanti di trazione, per N piccoli oppure per N molto grandi di compressione; per gli altri valori di N si può generalmente osservare una leggera sottostima del momento resistente.

La sovrastima si traduce in un valore di r più basso di quello che dovrebbe essere (verifica a sfavore di sicurezza); la sottostima si traduce in un valore di r più alto di quello che dovrebbe essere (verifica a favore di sicurezza).

La sovrastima, comunque contenuta, avviene per casi meno frequenti nella pratica progettuale.

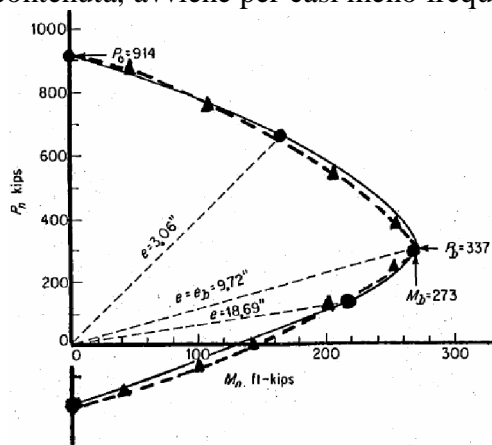


Fig. 2 — Strength interaction diagram for a given cross section

Fig. 2 (tratta dall'articolo Hsu citato)

Il metodo di Hsu è stato ampiamente indagato nella letteratura tecnica internazionale, per confronto con risultati analitici e sperimentali ottenuti per altra via.

Anche in ambito nazionale si può rintracciare qualche utile confronto, ad es. in [18]; queste le sintetiche conclusioni finali a proposito del Metodo di Hsu:

“...tra questi il metodo proposto da Hsu è quello che approssima meglio il dominio ricavato numericamente, risultando nel contempo di semplice utilizzo.”.

5.2 Un semplice miglioramento del metodo di HSU

Dall’osservazione del metodo proposto da Hsu, è facile osservare che un miglioramento in termini di precisione si può ottenere aggiungendo al controllo $r \leq 1$, altri due controlli: $M_{Edx} \leq M_{Rdx}$, $M_{Edy} \leq M_{Rdy}$.

Se un punto sollecitante è verificato, al limite sulla superficie del dominio resistente, tali due controlli sono fisiologicamente verificati e quindi non penalizzano la verifica con il metodo di Hsu.

Qualora il metodo di Hsu, pur fornendo $r \leq 1$, sovrastimi la resistenza, uno di tali controlli potrebbe non risultare verificato e quindi *costringere* a ridimensionare (con la conseguenza che il *nuovo* r sarà più basso, evitando la sovrastima).

Per inciso: non vale il contrario, *non si può evitare* di usare il metodo Hsu ($r \leq 1$), poiché se i due controlli sono positivi, non è detto che lo sia la verifica; il punto sollecitante potrebbe essere esterno alla superficie resistente.

In definitiva la verifica è da ritenersi positiva se tutte e tre le disuguaglianze sono verificate:

- $r \leq 1$,
- $M_{Edx} \leq M_{Rdx}$
- $M_{Edy} \leq M_{Rdy}$

6. Conclusione

I metodi proposti tramite le espressioni presenti nelle Norme NTC, EC2, EC8, per la risoluzione approssimata del problema della presso(tenso)flessione deviata, come mostrato, appaiono di limitata utilità progettuale.

La formulazione di **Hsu**, la cui buona affidabilità è da tempo ampiamente testata e documentata in letteratura, evita la calibrazione dell’esponente α , includendo direttamente l’influenza di N ed utilizzando i momenti resistenti in rottura bilanciata (anzichè quelli sulle direzioni principali presenti nell’espressione NTC-EC2), con il vantaggio di affrontare anche i casi in tensoflessione deviata.

7. Bibliografia

- [1] Bresler, B., Design Criteria for reinforced columns under axial load and biaxial bending, Journal of the American Concrete Institute, Farmington Hills, Mi, November 1960
- [2] D.M. 16.01.96, Norme tecniche per le costruzioni in zone sismiche
- [3] Ordinanza n. 3274, Norme tecniche per il progetto, la valutazione e l’adeguamento sismico degli edifici, 20 marzo 2003.
- [4] D.M. 14.01.08, Approvazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni
- [5] EC2 UNI EN 1992-1-1:2005, Progettazione delle strutture di calcestruzzo. Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici
- [6] Ghersi A., Muratore M., Verifica e progetto allo stato limite ultimo di pilastri in c.a. a sezione rettangolare: un metodo semplificato, Ingegneria Sismica, Anno XXI, N. 3, settembre-dicembre 2004
- [7] Toniolo G., Biondini F., Formulazione analitica della verifica di resistenza a pressoflessione deviata di sezioni in c.a., Atti 15° Congresso CTE, Bari, Novembre 2004
- [8] Monti G., Alessandri S., Formule per la verifica ed il progetto di pilastri rettangolari in c.a. soggetti a pressoflessione deviata, Atti 24° Convegno Nazionale, giornate AICAP, Salerno, Ottobre 2007
- [9] Cosenza E., Manfredi G., Pecce M., Strutture in cemento armato, Hoepli Milano, 2008
- [10] EC8 UNI EN 1998-1-2005. Progettazione delle strutture per la resistenza sismica. Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici
- [11] Pannell E.N., Failure surfaces for members in compression and biaxial bending, ACI Journal, 60(1), 1963

- [12] Hsu C. T. T., Analysis and design of square and rectangular Columns by Equation of Failure Surface, ACI Structural Journal, V. 85, No. 2, Mar.-Apr. 1988.
- [13] Ferguson P. M., Breen J. E. and Jirsa J. O., Reinforced Concrete Fundamentals, 5th edition, John Wiley & Sons, New York, 1988.
- [14] Mc Gregor J. G., Reinforced Concrete, Mechanics and Design, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1992.
- [15] Put B. M., Pi Y., and Trahair N.S., Biaxial Bending of cold-formed Z-beams, Journal of Structural Engineering, ASCE25(11), 1999.
- [16] Silva M. A., Swan C. C., Arora J. S., and R. M. L. R. F., Failure Criterion for RC members under biaxial bending and axial load, Journal of Structural Engineering, 127(8), 2001
- [17] Bonet J. L., Miguel P. F., Fernandez M.A. and Romero M.L., Analytical Approach to Failure Surfaces in Reinforced Concrete Sections Subjected to Axial Loads and Biaxial Bending, ASCE Journal of Structural Engineering, Vol. 130, No. 12, December 1, 2004.
- [18] Pizzimenti A. D., Pucinotti R., Ricciardelli R., Sgrò D., Sui metodi di verifica a pressoflessione deviata per le sezioni in cemento armato, IIC, n.o 816, gennaio 2006